ПЛАН УЧЕБНОГО ЗАНЯТИЯ
по дисциплине «Математика»

дата 02.12.2023

1. Новый материал (конспект в рабочую тетрадь)

Тема: «Простейшие тригонометрические уравнения»

Все тригонометрические уравнения сводятся к простейшим. К простейшим тригонометрическим уравнениям относятся уравнения вида:

$\sin x = a;$

$\cos x = a;$

$tg\, x = a;$

$ctg\, x = a.$

Для каждого из простейших тригонометрических уравнений определены формулы.

Формулы	**Алгоритм решения уравнений**
$\sin x = a$, $\lvert a \rvert \le 1$	
$x = (-1)^k \cdot \arcsin a + \pi k$, $k \in z$, при $a \rangle 0$	Решите уравнение: $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ Алгоритм решения: Используем формулу $x = (-1)^k \cdot \arcsin a + \pi k$, $k \in z$. Подставим в формулу $a = \frac{\sqrt{2}}{2}$, получим $x = (-1)^k \cdot \arcsin \frac{\sqrt{2}}{2} + \pi k$, $k \in z$. Найдем $\arcsin \frac{\sqrt{2}}{2}$ по таблице: $\arcsin \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\pi}{4}$. Записываем ответ: $x = (-1)^k \cdot \frac{\pi}{4} + \pi k$, $k \in z$
$x = (-1)^{k+1} \arcsin a + \pi k, k \in z$, при $a \langle 0$	Решите уравнение: $\sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ Алгоритм решения: Используем формулу $x = (-1)^{k+1} \cdot \arcsin a + \pi k$, $k \in z$. Подставим в формулу $a = \frac{\sqrt{2}}{2}$, получим $x = (-1)^{k+1} \cdot \arcsin \frac{\sqrt{2}}{2} + \pi k$, $k \in z$. Найдем $\arcsin \frac{\sqrt{2}}{2}$ по таблице: $\arcsin \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\pi}{4}$. Записываем ответ: $x = (-1)^{k+1} \cdot \frac{\pi}{4} + \pi k$, $k \in z$.

Частные случаи: 1) sinx = -1 x= $-\frac{\pi}{2} + 2\pi k$, k∈Z 2) sin x = 0 x = πk, n∈ Z 3) sin x = 1 x = $\frac{\pi}{2} + 2\pi k$, n∈ Z	Решите уравнение: $\sqrt{3}$sinx - $\sqrt{3}$=0 $\sqrt{3}$sinx = $\sqrt{3}$ sinx = $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$ sinx = 1 – *частный случай!* *Ответ:*x= $\frac{\pi}{2}$+ 2πk, k∈Z
$\cos x = a$, $\lvert a\rvert \le 1$	
$x = \pm\arccos a + 2\pi n$, $n \in z$ при $a \rangle 0$	Решите уравнение: $\cos x = \frac{1}{2}$ Алгоритм решения: Используем формулу $x = \pm\arccos a + 2\pi n$, $n \in z$. Подставляем в формулу $a = \frac{1}{2}$, получаем $x = \pm\arccos\frac{1}{2} + 2\pi n$, $n \in z$. Находим значение $\arccos\frac{1}{2}$ по таблице учебника. Записываем ответ: $x = \pm\frac{\pi}{3} + 2\pi n$, $n \in z$.
$x = \pm(\pi - \arccos a + 2\pi n, n \in z$ при $a \langle 0$	Решите уравнение: $\cos x = -\frac{1}{2}$. Алгоритм решения: Используем формулу $x = \pm(\pi - \arccos a) + 2\pi n$, $n \in z$. Подставляем в формулу, получаем $x = \pm(\pi - \arccos\frac{1}{2}) + 2\pi n$, $n \in z$ Находим значение $\arccos\frac{1}{2}$ по таблице учебника, выполняем необходимые вычисления. Записываем ответ: $x = \pm\frac{2\pi}{3} + 2\pi n$, $n \in z$.
Частные случаи: 1) cosx = -1 x = π+ *2πn*, n∈Z 2) cos x = 0 x = $\frac{\pi}{2}$+ πn, n∈ Z 3) cos x = 1 x = *2πn*, n ∈Z	Решите уравнение: $\sqrt{5}$cosx - $\sqrt{5}$ = 0 $\sqrt{5}$cosx =$\sqrt{5}$ cosx = 1 - *частный случай!* *Ответ:*x=2πn, n∈Z

$tgx = a$	
$x = arctga + \pi n$, $n \in z$, при $a \rangle 0$	Решите уравнение: $tgx = 1$ Алгоритм решения: Используем формулу $x = arctga + \pi n$, $n \in z$. Подставляем $a = 1$, получаем $x = arctg1 + \pi n$, $n \in z$. По таблице находим значение $arctg1 = \frac{\pi}{4}$. Записываем ответ: $x = \frac{\pi}{4} + \pi n$, $n \in z$.
$x = -arctga + \pi n, n \in z$, при $a \langle 0$	Решите уравнение: $tgx = -1$ Алгоритм решения: Используем формулу $x = -arctga + \pi n$, $n \in z$. Подставляем $a = 1$, получаем $x = -arctg1 + \pi n$, $n \in z$. По таблице находим значение $arctg1 = \frac{\pi}{4}$. Записываем ответ: $x = -\frac{\pi}{4} + \pi n$, $n \in z$.
$ctgx = a$	
$x = arcctga + \pi k$, $k \in z$, при $a \rangle 0$	Решите уравнение: $ctgx = \sqrt{3}$. Алгоритм решения: Используем формулу $x = arcctga + \pi n$, $n \in z$. Подставляем $a = \sqrt{3}$, получаем $x = arcctg\sqrt{3} + \pi n$, $n \in z$. По таблице находим $arcctg\sqrt{3} = \frac{\pi}{6}$. Записываем ответ: $x = \frac{\pi}{6} + \pi n$, $n \in z$.
$x = \pi - arcctga + \pi k$, $k \in z$, при $a \langle 0$	Решите уравнение: $ctgx = -\sqrt{3}$. Алгоритм решения: Используем формулу $x = \pi - arcctga + \pi n$, $n \in z$. Подставляем $a = \sqrt{3}$, получаем $x = \pi - arcctg\sqrt{3} + \pi n$, $n \in z$. По таблице находим $arcctg\sqrt{3} = \frac{\pi}{6}$, выполняем необходимые вычисления. Записываем ответ: $x = \frac{5\pi}{6} + \pi n$, $n \in z$.

Решение задач

Пример 1.

Решить уравнение $\sin x = \frac{1}{3}$.

$\frac{1}{3} < 1$, значит

$x = (-1)^n \arcsin \frac{1}{3} + \pi n,\ n \in Z$.

Ответ: $(-1)^n \arcsin \frac{1}{3} + \pi n,\ n \in Z$.

Пример 2.

Решить уравнение $\cos x = \frac{7}{5}$.

$\frac{7}{5} > 1$, значит уравнение не имеет решения.

Ответ: нет решения.

Пример 3.

Решить уравнение $\mathrm{tg}x + \sqrt{3} = 0$.

$$\mathrm{tg}x + \sqrt{3} = 0$$

$$\mathrm{tg}x = -\sqrt{3}$$

$$x = \mathrm{arctg}(-\sqrt{3}) + \pi n,\ n \in Z$$

$$x = -\mathrm{arctg}\sqrt{3} + \pi n,\ n \in Z$$

$$x = -\frac{\pi}{3} + 2\pi n,\ n \in Z;$$

Ответ: $-\frac{\pi}{3} + 2\pi n,\ n \in Z$.

Пример 4.

Решить уравнение $2\cos x = -\sqrt{3}$.

$$2\cos x = -\sqrt{3}$$

$$\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$x = \pm \arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + 2\pi n,\ n \in Z$$

$$x = \pm\left(\pi - \arccos\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + 2\pi n,\ n \in Z$$

$$x = \pm\left(\pi - \frac{\pi}{6}\right) + 2\pi n,\ n \in Z$$

$$x = \pm \frac{5\pi}{6} + 2\pi n,\ n \in Z$$

Ответ: $\pm \frac{5\pi}{6} + 2\pi n,\ n \in Z$.

Пример 5.

Решить уравнение $\cos\frac{x}{5} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

$\cos\frac{x}{5} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Это уравнение сводится к простейшему $\cos t = \frac{\sqrt{2}}{2}$ заменой $t = \frac{x}{5}$, которую можно непрописывать.

$$\frac{x}{5} = \pm \arccos\frac{\sqrt{2}}{2} + 2\pi n,\ n \in Z$$

$$\frac{x}{5} = \pm \frac{\pi}{4} + 2\pi n,\ n \in Z$$

$$x = \pm \frac{5\pi}{4} + 10\pi n,\ n \in Z$$

Ответ: $\pm \frac{5\pi}{4} + 10\pi n,\ n \in Z$.

Пример 6.

$2\cos\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3};$

Введем новую неизвестную $t = \frac{x}{2} - \frac{\pi}{6}$.

Получим: $2\cos t = \sqrt{3}$

Получаем: $\cos t = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Тогда $t = \pm\arccos\frac{\sqrt{3}}{2} + 2\pi n = \pm\frac{\pi}{6} + 2\pi n$, где $n \in$

Вернемся к старой неизвестной x:

$\frac{x}{2} - \frac{\pi}{6} = \pm\frac{\pi}{6} + 2\pi n.$

$\frac{x}{2} = \frac{\pi}{6} \pm \frac{\pi}{6} + 2\pi n.$

Умножим обе части уравнения на 2:

$x = \frac{\pi}{3} \pm \frac{\pi}{3} + 4\pi n$, где $n \in Z$.

Конспект отправляем на электронную почту oles.udalova@yandex.ru

Домашнее задание: формулы для решения простейших тригонометрических уравнений учить!!!